

TD 2 Langages Formels

Luc Lapointe
luc.lapointe@ens-paris-saclay.fr
home.lmf.cnrs.fr/LucLapointe/

Exercice 1 – Forme normale de Chomsky

Mettre les grammaires suivantes sous forme normale de Chomsky :

- | | | |
|--|--|---|
| <p>1. G_1 définie par les règles:</p> $S \rightarrow aAa$ $A \rightarrow Sb$ $A \rightarrow bBB$ $B \rightarrow abb$ $B \rightarrow aC$ $C \rightarrow aCA$ | <p>2. G_2 définie par les règles:</p> $S \rightarrow AB aS a$ $A \rightarrow Ab \varepsilon$ $B \rightarrow AS$ | <p>3. G_3 définie par les règles:</p> $S \rightarrow TbT$ $T \rightarrow TaT ca$ |
|--|--|---|

Exercice 2 – Langages non algébriques

Montrer que les langages suivants ne sont pas algébriques :

$$L_1 = \{a^{n^2} \mid n \in \mathbb{N}\}$$

$$L_2 = \{a^n b^m c^n d^m \mid n, m \in \mathbb{N}\}$$

Exercice 3 – Ambiguïté

1. Montrer que la grammaire suivante est ambiguë :

$$S \rightarrow \text{if } c \text{ then } S \text{ else } S$$

$$S \rightarrow \text{if } c \text{ then } S$$

$$S \rightarrow a$$
2. Montrer que le langage engendré n'est pas ambigu.

Exercice 4 – Automate à pile à double sens

Un automate à pile à double sens peut, à chaque transition, déplacer sa tête de lecture vers la gauche ou vers la droite ou encore la laisser sur place. De plus, on supposera que la donnée w est encadrée par 2 symboles spéciaux (marqueurs) \triangleleft et \triangleright . Le mot w est donc accepté par l'automate s'il y a un calcul réussi sur $\triangleleft w \triangleright$. De façon équivalente, un automate à pile à double sens est une machine de Turing qui ne peut pas modifier sa bande d'entrée et qui a une seule bande de travail qui est utilisée comme une pile.

1. Montrer que le langage $\{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\}$ peut être accepté par un automate à pile déterministe à double sens.
2. Montrer que le langage $\{ww \mid w \in \Sigma^*\}$ peut être accepté par un automate à pile à double sens.
3. Montrer que le langage $\{vcuvw \mid u, v, w \in \{a, b\}^*\}$ peut être accepté par un automate à pile à double sens.

Contrôle continu – Langages non algébrique

Montrer que chacun des trois langages de l'exercice précédent n'est pas algébrique.