

TD 3 Langages Formels

Luc Lapointe

luc.lapointe@ens-paris-saclay.fr

home.lmf.cnrs.fr/LucLapointe/

Exercice 1 – Construction d’AAP déterministes

Pour les langages suivants, construire des automates à piles déterministes les reconnaissant:

1. $\{a^n b^n \mid n \geq 1\}$
2. Le langage de Dyck D_n à n paires de parenthèses et sans mot vide.
3. $\{a^n b^m a^m b^n \mid n > 0 \wedge m > 0\}$
4. $\{a^n b^m a^m b^n \mid n > 0 \wedge m > 0\}^*$

Exercice 2 – ε -transition effaçantes

Soit A un automate à pile déterministe. Montrer qu’on peut effectivement construire un automate à pile qui reconnaît le même langage et dont les ε -transitions sont uniquement effaçantes : $(p, x) \rightarrow_\varepsilon (q, \varepsilon)$.

Exercice 3 – Clôtures

Montrer que la famille des langages algébriques est fermée par :

1. union
2. image miroir
3. intersection avec un langage rationnel

Exercice 4 – Non ambiguïté

L'objectif de cet exercice est de montrer que tout langage reconnu par un automate à pile déterministe (AAPD) est non ambigu.

1. Montrer qu'un langage reconnu par un AAPD peut être reconnu par un AAPD dont aucune ε -transition ne part d'un état final.
2. La construction du cours pour passer d'un AAP à une grammaire nécessite un automate qui accepte par pile vide. Or, l'AAPD de la question précédente accepte par état final. Trouver une manière de résoudre cette difficulté pour pouvoir quand même exploiter le squelette de la démonstration du cours.
3. Imiter le passage d'automate à grammaire dans le cours mais avec une propriété à montrer par récurrence plus forte pour conclure.
4. Montrer que l'inclusion est stricte en considérant le langage

$$L = \{a^n b^n \mid n \geq 1\} \cup \{a^n b^{2n} \mid n \geq 1\}$$

Contrôle continu – Propriétés d'AAP

1. Montrer qu'un langage L est déterministe et préfixe ($L \cap L\Sigma^+ = \emptyset$) ssi il existe un automate déterministe qui accepte L par pile vide.
2. Montrer que pour les automates à pile déterministes, l'acceptation par pile vide est équivalente à l'acceptation par pile vide ET état final.