

TD 3 – AAP déterministes

Nicolas Dumange nicolas.dumange@ens-paris-saclay.fr

Exercice 1 — Construction d'AAP déterministes

Pour les langages suivants, construire des automates à piles déterministes les reconnaissant:

- $\{a^n b^n \mid n \geq 1\}$
- le langage de Dyck $D_n^* = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ est bien parenthésé}\}$
- $\{a^n b^m a^m b^n \mid n > 0 \wedge m > 0\}$
- $\{a^n b^m a^m b^n \mid n > 0 \wedge m > 0\}^*$

Exercice 2 — ε -transition effaçantes

Soit A un automate à pile déterministe. Montrer qu'on peut effectivement construire un automate à pile qui reconnaît le même langage et dont les ε -transitions sont uniquement effaçantes : $(p, x) \rightarrow_\varepsilon (q, \varepsilon)$.

Exercice 3

Montrer que la famille des langages algébriques est fermée par :

- union
- image miroir
- intersection avec un langage rationnel
- morphisme

Exercice 4

On appelle machine simple un automate déterministe temps réel qui accepte par pile vide, et un langage simple un langage reconnu par une machine simple. On souhaite comparer différentes familles de langages déterministes.

- Montrer que le langage

$$L_1 = \{a^n b^i c b^j a^n \mid i \geq j > 0, n > 0\}$$

peut être reconnu par un automate à pile déterministe. Pourquoi ne peut-il pas être reconnu par un automate à pile déterministe temps réel ?

- Montrer que le langage

$$L_2 = \{a^n b a^m b \mid n > m \geq 0\}$$

peut être reconnu par un automate à pile déterministe temps réel. Pourquoi ne peut-il pas être reconnu par un automate à pile déterministe temps réel qui accepte par pile vide ?

- Montrer que le langage

$$L_3 = \{a^n b^n \mid n > 0\} \cup \{a^n c^n \mid n > 0\}$$

peut être reconnu par un automate à pile déterministe temps réel qui accepte par pile vide. Pourquoi ne peut-il pas être reconnu par une machine simple ?

Rendu Optionnel

À rendre en TD le mardi 06/05 ou avant par mail.

Exercice 1

- Montrer qu'un langage L est déterministe et préfixe ($L \cap L\Sigma^+ = \emptyset$) ssi il existe un automate déterministe qui accepte L par pile vide.
- Montrer que pour les automates à pile déterministes, l'acceptation par pile vide est équivalente à l'acceptation par pile vide ET état final.